සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි / All Rights Reserved
AL/ 2021/10/S-I

10	S	I

දකුණු පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
தென் மாகாணக் கல்வித் திணைக்களம்
Southern Provincial Department of Education

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - 2021 (නව විෂය නිර්දේශය)
General Certificate (Adv. Level) Examination - 2021 (New Syllabus)

සංයුක්ත ගණිතය - I
Combined Mathematics - I

අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2021

පැය 03
03 hours

(අමතර කියවීම් කාලය මිනිත්තු 10)

විභාග අංකය							

ශ්‍රේණිය	

නම	

අයදුම්කරුවන් සඳහා උපදෙස් :-

★ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B** කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 17)

★ **A** කොටස :
සියලුම ප්‍රශ්න සඳහා පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිතා කළ හැකිය.

★ **B** කොටස :
ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.

★ නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A** කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය, **B** කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාරදෙන්න.

★ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයේ **B** කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය I

කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු	
ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංකය	
උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ	1.
	2.
අධීක්ෂණය කළේ	

A කොටස

01. $n \in z^+$ සඳහා ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මයෙන් $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + ... - \frac{1}{2n} = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + ... + \frac{1}{2n}$ බව සාධනය කරන්න.

02. එකම රූපයේ $y = 4 - |x+1|$ හා $y = |x-2|$ ශ්‍රිතවල දළ ප්‍රස්ථාර අඳින්න.
එනයින් හෝ අන්අයුරකින් $|x+1| + |x-2| < 4$ අසමානතාව තෘප්ත කරන x හි සියළු තාත්වික අගයන් සොයන්න.

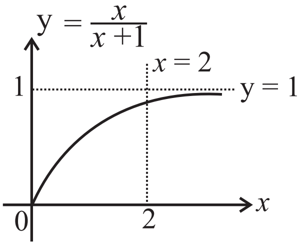
03. ආගන්ඩ් සටහනේ $\left|\frac{Z+1}{Z-1}\right| = 2$ සපුරාලන Z නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යවල පථයේ දළ සටහනක් අඳින්න. එනයින් $\text{Arg}(Z)$ හි වැඩිතම හා අඩුතම අගයන් ලබාගන්න. ($\text{Arg}(Z)$ මගින් Z හි ප්‍රධාන විස්තාරය දක්වයි.)

04. සංගුණක සරලතම ආකාරයට දක්වමින් $(1+3x)^5$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණය සොයන්න.
එනයින් $(1+3x)^5 + (1-3x)^5 = A + Bx^2 + Cx^4$ බව පෙන්වන්න. මෙහි A, B හා C නිර්ණය කළයුතු නියත වේ.
$1.03^5 + 0.97^5$ හි අගය අපෝහනය කරන්න.

05. $\lim_{x \to 0} \dfrac{2\left\{\sqrt{3}\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right) - \cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\right\}}{\sqrt{3}\,x\,(\sqrt{3}\cos x - \sin x)} = \dfrac{4}{3}$ බව පෙන්වන්න.

(සීමා $x \to 0$)

06. $y = \dfrac{x}{x+1}$ වක්‍රයෙන් හා $y = 0$, $x = 2$ රේඛාවලින් ආවෘත වන $x \geq 0$ වන ප්‍රදේශය x අක්ෂය වටා රේඩියන් 2π කෝණයකින් භ්‍රමණය කළ විට ජනනය වන ඝනවස්තුවේ පරිමාව $\pi\left[\dfrac{8}{3} - 2\ln 3\right]$ බව පෙන්වන්න.



07. C ඉලිප්සය පරාමිතිකව $x = 3\cos\theta$, $y = 2\sin\theta$, $\theta \in [0, 2\pi]$ මගින් දෙනු ලබයි.

C ඉලිප්සයට $P \equiv (3\cos\theta, 2\sin\theta)$, $\theta = \sin^{-1}\frac{3}{5}$ ලක්ෂ්‍යයේදී අඳිනු ලැබූ අභිලම්භයේ සමීකරණය $9x - 8y - 12 = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. මෙම අභිලම්භය නැවත C ඉලිප්සය $Q \equiv \{3\cos\phi, 2\sin\phi\}$ ලක්ෂ්‍යයේදී හමුවේ නම් $27\cos\phi - 16\sin\phi = 12$ බව පෙන්වන්න.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

08. පාදවල සමීකරණ $3x - 2y - 1 = 0$, $4x - 5y - 6 = 0$, $3x - 2y - 2 = 0$ හා $4x - 5y - 3 = 0$ වන සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ වල සමීකරණ සොයන්න.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

09. $S_1 \equiv x^2 + y^2 - 4x - 6y + 8 = 0$ හා $S_2 \equiv x^2 + y^2 - 6x - 4y + 8 = 0$ වෘත්තවල පොදු ජ්‍යායේ දිග ඒකක $3\sqrt{2}$ ක් බව පෙන්වන්න.

10. $2\sin 3x \ \sin x = 1$ සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම සොයන්න.

B කොටස

★ ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a) $f(x) = 2ax^2 + bx + c$ හා $g(x) = 2cx^2 + bx + a$ යැයි ගනිමු. මෙහි a, b හා c නිශ්ශුන්‍ය, අසමාන තාත්වික සංඛ්‍යා වේ.

$f(x) = 0$ හා $g(x) = 0$ සමීකරණවලට පොදු මූලයක් තිබෙන්නේ $b^2 = 2(a+c)^2$ නම් හා එසේ නම්ම පමණක් බව පෙන්වන්න.

$f(x) = 0$ හා $g(x) = 0$ සමීකරණවල අනෙක් මූල පිළිවෙලින් λ හා μ යැයි දී තිබේ. $\lambda^2 = \dfrac{c^2}{2a^2}$ හා $\mu^2 = \dfrac{a^2}{2c^2}$ බව පෙන්වන්න.

$f(x) + g(x) = 0$ සමීකරණයේ මූල තාත්වික හා සමපාත බව පෙන්වන්න.

(b) $f(x)$, x හි හතරවැනි මාත්‍රයේ බහුපද ප්‍රකාශනයක් බවත් $f(x)$ හි $(x-2)^2$ සාධකයක් බවත් $f(0) = 12$ බවත් දී තිබේ. $f(x)$ බහුපද ප්‍රකාශනය (x^2+1) න් බෙදූවිට ශේෂය $(6-8x)$ වේ. $f(x)$ සොයන්න.

12. (a) ළමුන් 25 දෙනෙකුගෙන්,

i) ඔවුන්ගෙන් 6 දෙනෙකු ඇතුළත් නොවන පරිදි

ii) ඔවුන්ගෙන් 5 දෙනෙකු ඇතුළත් වන පරිදි

iii) ඔවුන්ගෙන් 6 දෙනෙකු ඇතුළත් නොවන පරිදි හා 5 දෙනෙකු ඇතුළත් වන පරිදි

11 දෙනෙකු තෝරාගත හැකි වෙනස් ආකාර කොපමණද ? (සුළු කිරීම අවශ්‍ය නොවේ.)

(b) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 සංඛ්‍යාංක වලින් සැමවිටම එක් අංකයක් එක් වතාවක් පමණක් ඇතුළත් වන පරිදි සංඛ්‍යාංක 9 ම භාවිතා කරමින්, හා දෙකෙළවර අංක ඉරට්ටේ වන පරිදි ද, සංඛ්‍යාව වමේ සිට දකුණට කියවීමේ දී ඔත්තේ සංඛ්‍යාංක විශාලත්වයෙන් ආරෝහණ පිළිවෙලට තිබෙන පරිදි ද, ලිවිය හැකි වෙනස් සංඛ්‍යා ගණන 504 ක් බව පෙන්වන්න.

(c) $U_r = \dfrac{4r^2+1}{4r^2-1}$, $r \in z^+$ යැයි ගනිමු.

$U_r \equiv 1 + f(r) - f(r+1)$ වන පරිදි $f(r)$ ශ්‍රිතය සොයන්න.

එනයින් $\sum_{r=1}^{n} U_r = n + 1 - \dfrac{1}{(2n+1)}$ බව පෙන්වන්න. $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ ශ්‍රේණිය අභිසාරී නොවන බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} (U_r - 1)$ ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේද ?

13. (a) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ හා $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ලෙස ගනිමු.

$\mathbf{AB}$ ගුණිතය වන $\mathbf{C}$ සොයන්න.

$\mathbf{C}$ න්‍යාසයේ ප්‍රතිලෝම න්‍යාසය $\begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ බව පෙන්වන්න.

$\mathbf{C}\mathbf{D}\mathbf{C}^{-1} = 2\mathbf{C}^2 + 3\mathbf{C}$ වන පරිදි $\mathbf{D}$ න්‍යාසය සොයන්න.

$\mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$ ගුණිත න්‍යාසය වන $\mathbf{P}$ සොයන්න.

$\mathbf{P} \begin{bmatrix} x \\ 2 \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ වන පරිදි x හා y සොයන්න.

(b) $Z_1 = r_1\{\cos\theta_1 + i\sin\theta_1\}$ හා $Z_2 = r_2\{\cos\theta_2 + i\sin\theta_2\}$ ලෙස ගනිමු. $|Z_1 - Z_2|$ හි අගය r_1, r_2, θ_1 හා θ_2 පද ඇසුරෙන් සොයන්න.

Z හි සංකීර්ණ ප්‍රතිබද්ධය $\overline{Z}$ යැයි දී තිබේ.

$|1 - \overline{Z}_2 Z_1|^2 - |Z_1 - Z_2|^2 = (1 - |Z_1|^2)(1 - |Z_2|^2)$ බව පෙන්වන්න.

$n \in Z^+$ හා $\theta \neq (4n+3)\frac{\pi}{2}$ විට $\left[\frac{1 + \sin\theta + i\cos\theta}{1 + \sin\theta - i\cos\theta}\right] = \sin\theta + i\cos\theta$ බව පෙන්වන්න.

දමුවාවර් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන්, $\left(1 + \sin\frac{\pi}{5} + i\cos\frac{\pi}{5}\right)^5 + i\left(1 + \sin\frac{\pi}{5} - i\cos\frac{\pi}{5}\right)^5 = 0$ බව පෙන්වන්න.

14. (a) $y = f(x) = \frac{x}{(x-1)^2}$, $x \in \mathbb{R}, x \neq 1$ ලෙස ගනිමු.

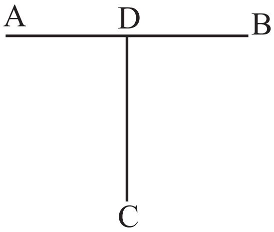
$\frac{dy}{dx}$ හා $\frac{d^2y}{dx^2}$ සොයන්න.

ඒනයින් f ශ්‍රිතය x සමග වැඩිවන ප්‍රාන්තර හා $x \in \mathbb{R}$ සඳහා ශ්‍රිතයේ වක්‍රයේ අවකලතාව සාකච්ඡා කරන්න. ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයේ හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ සහ නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න. ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්ථාරයේ ස්පර්ශෝන්මුඛ වල සමීකරණ ලියන්න.

$x \in \mathbb{R}$ සඳහා $y = f(x)$ වක්‍රයේ දළ ප්‍රස්ථාරය අඳින්න.

ඒනයින් $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $y = \frac{1}{f(x)}$ වක්‍රයේ දළ ප්‍රස්ථාරය අපෝහනය කරන්න.

(b) A, B, C ලක්ෂ්‍යය D ලක්ෂ්‍යයකට පිළිවෙලින් 9 km බටහිරින්, 9 km නැගෙනහිරින්, 15 km දකුණින් පිහිටයි. C ට උතුරින් පිහිටි P ලක්ෂ්‍යයක සිට අතුරු මාර්ග දෙකක් A හා B දක්වා වැටී තිබේ. $DP = x$ ලෙස ගනිමින් මාර්ගවල මුළුදුර $L(x) = CP + PA + PB$ සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලබාගන්න. එනයින් $L(x)$ හි අඩුතම අගය $(15 + 9\sqrt{3})$ km බව පෙන්වන්න.



15. (a) $x^2 = u$ ආදේශයෙන් හෝ අන්අයුරකින් $\int \frac{x\,dx}{x^4 + x^2 + 1} = \frac{1}{\sqrt{3}}\tan^{-1}\frac{(2x^2+1)}{\sqrt{3}} + C$ බව පෙන්වන්න. C අභිමත නියතයකි.

(b) $x = \tan\theta$ යෙදීමෙන්, $\int \frac{\ln|1+x|}{1+x^2}\,dx = \int \ln|1 + \tan\theta|\,d\theta$ බව පෙන්වන්න.

ඒනයින් සහ $\int_0^a f(x)\,dx = \int_0^a f(a-x)\,dx$ යොදාගනිමින් $\int_0^1 \frac{\ln|1+x|}{1+x^2}\,dx = \frac{\pi}{8}\ln 2$ බව පෙන්වන්න.

(c) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය යෙදීමෙන් $\int_0^{\pi/3} \sec^3\theta\,d\theta = \sqrt{3} + \frac{1}{2}\ln(2 + \sqrt{3})$ බව ලබාගන්න.

16. (a) $AB = AC$ වන ABC සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයේ AB හා BC පාද වල සමීකරණ පිළිවෙලින් $2x - y - 1 = 0$ හා $x - 2y + 1 = 0$ වේ. AC පාදය $2x + 11y = 0$ රේඛාවට සමාන්තර බව පෙන්වන්න.

(b) S වෘත්තය $S_1 = x^2 + y^2 - 16 = 0$ හා $l = 6y - 4x + 9 = 0$ රේඛාවේ ඡේදන ලක්ෂ්‍යය හරහා ගමන් කරයි. S වෘත්තයේ සමීකරණයේ සාධාරණ ආකාරය සලකමින් එහි කේන්ද්‍රය $2x + 3y + 5 = 0$ රේඛාව මත පිහිටන්නා වූ S හි සමීකරණය සොයන්න.

S_2 වෘත්තයක්, (3 , 0) ලක්ෂ්‍යය හරහා ගමන් කරමින් හා x අක්ෂය ස්පර්ශ කරමින් S වෘත්තය ප්‍රලම්බව ඡේදනය කරයි. S_2 හි සමීකරණය සොයන්න.

17. (a) $\text{Tan}(A + B) = \dfrac{\text{Tan}\,A + \text{Tan}\,B}{1 - \text{Tan}\,A\,\text{Tan}\,B}$ භාවිතා කර $\text{Tan}\,\dfrac{5\pi}{12}$ හි අගය සොයන්න.

$\text{Tan}\,\dfrac{\pi}{12}$ හි අගය අපෝහනය කරන්න.

$\text{Tan}(A - B)$ සඳහා ප්‍රකාශනය අපෝහනය කර එනයින් $\text{Tan}\,\dfrac{\pi}{12}$ හි අගය සොයන්න.

(b) ABC ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක් සඳහා කෝසයින් නීතිය සුපුරුදු අංකනයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.
එනයින් $a^2 = (b - c)^2 + 4bc\sin^2\dfrac{A}{2}$ බව පෙන්වන්න.

$a = (b - c)\sec\phi$ නම් $\text{Tan}\,\phi = \dfrac{2\sqrt{bc}}{(b - c)}\sin\dfrac{A}{2}$ බව පෙන්වන්න.

(c) $\text{Tan}^{-1}(2x + 1) + \text{Tan}^{-1}(2x - 1) = \text{Tan}^{-1}2$ සමීකරණය සපුරාලන එකම එක අගයක් පමණක් x සඳහා පවතින බව පෙන්වන්න.

—— * * * ——