

දකුණු පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
 தென் மாகாணக் கல்வித் திணைக்களம்
Southern Provincial Department of Education

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) 13 ශ්‍රේණිය, අවසාන වාර පරීක්ෂණය, 2019 ජූලි
General Certificate of Education (Adv. Level), Grade 13, Year End Test, July 2019

සංයුක්ත ගණිතය - II
Combined Mathematics II



පැය 03 යි.
03 hours
 අමතර කියවීමේ කාලය
 මිනිත්තු 10

විභාග අංකය:.....

උපදෙස්:

- ✓ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
A කොටස (ප්‍රශ්න 1-10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11-17)
- ✓ **A කොටස:**
සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. ඒක වක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිතා කළ හැකි ය.
- ✓ **B කොටස:**
ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- ✓ නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය, **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- ✓ ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට අවසර ඇත.
- ✓ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි. ($g = 10\text{ms}^{-2}$)

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය II		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	7	
	8	
	9	
	10	
	B	11
12		
13		
14		
15		
16		
17		
එකතුව		
ප්‍රතිශතය		

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු	
ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සකේත අංක	
උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කලේ	1.
	2.
අධීක්ෂණය කලේ	

B කොටස

- (11) (a) තිරස් බිමක එකිනෙකට a දුරකින් පිහිටි A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. A ලක්ෂ්‍යයේ සිට බෝලයක් තිරසරව $2a$ කෝණයකින් හා u ප්‍රවේගයෙන් B ලක්ෂ්‍යය දෙසට ප්‍රක්ෂේප කරයි. ඒ හා සමගාමීව B ලක්ෂ්‍යයේ සිට තවත් බෝලයක් තිරසරව α කෝණයෙන් හා v ප්‍රවේගයෙන් A ලක්ෂ්‍යය දෙසට ප්‍රක්ෂේපණය කරයි. බෝල ගැටේ නම්, $v = 2u \cos \alpha$ බව පෙන්වන්න.

ඒනයිත් බෝල ගැටීමට ගතවන කාලය t , $t = \frac{a}{u(2\cos 2\alpha + 1)}$ බව පෙන්වන්න. තව ද බෝල වල ගමන් පථයන්ට AB හි සිට එකම උපරිම උසක් තිබෙන බව පෙන්වන්න.

- (b) දී ඇති මොහොතක දී P නැවක්, Q නැවකට උතුරින් 7km දුරක් ඇතිව පිහිටයි. මේ මොහොතේදී P නැව නැගෙනහිර දෙසට 30kmh^{-1} වේගයෙන් ද, Q නැව උතුරින් θ බටහිරට 14kmh^{-1} වේගයෙන් ද, ගමන කරයි. මෙහි $\tan \theta = \frac{3}{4}$ වේ. P ට සාපේක්ෂව Q හි වේගය 40kmh^{-1} බව පෙන්වන්න. තව ද මෙම සාපේක්ෂ ප්‍රවේගයේ දිශාව සොයන්න. නැව සිය ඒකාකාර වේගයෙන් පවත්වා ගනී නම්, 'නැව් දෙක' අතර

- (i) කෙටිතම දුරත්,
 (ii) කෙටිතම දුර පිහිටන විට ගත වී ඇති කාලය මිනිත්තු වලින් සොයන්න.

- (12) (a) ස්කන්ධය 21m හා ආනත කෝණය α වන කුඤ්ඤයක්, ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වූ රළ තිරස් තලයක ද, ස්කන්ධය m වන P අංශුවක් ආනත මුහුණත මත ද, තබා පද්ධතිය වලිතයට නිදහස් කරයි.

$$\mu \geq \frac{\cos \alpha \sin \alpha}{21 + \cos^2 \alpha} \text{ කුඤ්ඤයේ ත්වරණය } \frac{[\cos \alpha \sin \alpha - \mu(21 + \cos^2 \alpha)]g}{21 + \sin^2 \alpha \cos \alpha} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$$\mu \geq \frac{\cos \alpha \sin \alpha}{21 + \cos^2 \alpha} \text{ නම්, අංශුවේ ත්වරණය සොයන්න.}$$

- (b) ස්කන්ධය m වූ P පබළුවකට, අරය a හා කේන්ද්‍රය O වූ අවල සිරස් වෘත්තයක් ඔස්සේ වලනය වීමට නිදහස ඇත. වෘත්තයේ පහළම A ලක්ෂ්‍යයේ පබළුව තබා වෘත්තය ඔස්සේ $\sqrt{\frac{7ag}{2}}$ ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කරයි.

$\hat{AOP} = \theta$ වන සේ OP අරය θ කෝණයකින් හැරී තිබෙන විට, පබළුවේ වේගය V නම්, $V^2 = \frac{ga}{2}(3 + 4\cos \theta)$ බවත්, පබළුවෙන් වෘත්තයත් අතර ප්‍රතික්‍රියාව R , $R = \frac{3mg}{2}(1 + 2\cos \theta)$ වන බවත් පෙන්වන්න.

පබළුව වෘත්තය අත් හැර යන බව පෙන්වා අනතුරුව පබළුවේ සිදුවන වලිතයේදී, පබළුව A ලක්ෂ්‍යය හරහා ගමන් කරන බව පෙන්වන්න.

- (13) සුමට තිරස් මේසයක් මත, $9a$ පරතරයකින් පිහිටි A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකකට ස්වාභාවික දිග $6a$ හා ප්‍රත්‍යාස්ථ මාපාංකය වූ ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් සම්බන්ධ කර ඇත. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් AB මත $AC = 3a$ වන ලෙස තන්තුවේ C ලක්ෂ්‍යයකට අමුණා ඇත. අංශුව AB මත වූ D ලක්ෂ්‍යය තෙක් ඇද නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරී. මෙහි $AD = a$, $AP = x$ $a \leq x \leq 2a$ යැයි දී තිබේ.

සාමාන්‍ය අංකනයෙන් $\ddot{x} = \frac{-\lambda}{4am}(x - 5a)$ බව පෙන්වන්න.

$X = x - 5a$ යැයි සලකමින් $\ddot{X} = -w^2 X$ ආකාරයට ඉහත සමීකරණය ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි $w (> 0)$ නිර්ණය කළ යුතු නියතයකි. $\dot{X}^2 = w^2(b^2 - X^2)$ බව උපකල්පනය කිරීමෙන් මෙම සරල අනුවර්ති වලිනයේ විස්තාරය b සොයන්න.

P අංශුව $AE = 2a$ වන සේ වූ E ලක්ෂ්‍යයේ තිබෙන විට එහි ප්‍රවේගය $\sqrt{\frac{7a\lambda}{4m}}$ බව පෙන්වන්න.

$AP = y$, $2a \leq y \leq 5a$ යැයි දී තිබේ.

$\ddot{y} = \frac{-3\lambda}{4am}(y - 3a)$ බව පෙන්වන්න.

$y - 3a = Y$ ලෙස ගැනීමෙන් ඉහත සමීකරණය $\ddot{Y} = -w^2 Y$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි w^1 නිර්ණය කළ යුතු නියතයකි. $\dot{Y}^2 = w^2(c^2 - Y^2)$ බව උපකල්පනය කිරීමෙන්, මෙම සරල අනුවර්ති වලිනයේ විස්තාරය c , $c = \sqrt{\frac{10}{3}} a$ බව පෙන්වන්න.

එනමින් අංශුව AB මත A හි සිට $(9 + \sqrt{30})\frac{a}{3}$ දුරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකදී ක්ෂණික නිශ්චලතාවයට පත්වන බව පෙන්වන්න.

- (14) (a) O මූල ලක්ෂ්‍යයක් අනුබද්ධව A හා B ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් \mathbf{a} හා \mathbf{b} වේ. O, A, B ලක්ෂ්‍ය ඒක රේඛීය නොවේ. AB මත C ලක්ෂ්‍යයක් $\frac{AC}{CB} = \frac{3}{2}$ වන සේ පිහිටයි. \overline{OC} සොයන්න.

D ලක්ෂ්‍යය $\overline{OD} = \lambda \overline{OC}$ වන පරිදි හා BD රේඛාව OA රේඛාවට සමාන්තර වන පරිදි වේ. $\overline{OD} = \mathbf{b} + \mu \mathbf{a}$ ආකාරයේ බව පෙන්වන්න. λ හා μ නියත වේ.

E ලක්ෂ්‍යය දික් කළ OA රේඛාව මත පිහිටන අතර DE රේඛාව, BA රේඛාවට සමාන්තර වේ. $\overline{OE} = \mathbf{b} + \frac{2}{3}\mathbf{a} + \alpha(\mathbf{a} - \mathbf{b})$ බව පෙන්වන්න. α නියතයේ අගය සොයන්න.

$\frac{OE}{OA}$ අනුපාතය සොයන්න.

- (b) O ලක්ෂ්‍යයක් අනුබද්ධව A, B, C හා D ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$, $\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$, $-5\mathbf{i} + \mathbf{j}$ හා $7\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$, වේ. මෙහි \mathbf{i} හා \mathbf{j} OX හා OY බිණ්ඩාංක අක්ෂවල ධන දිශාවට වන ඒකක දෛශික නිරූපණය කරයි.

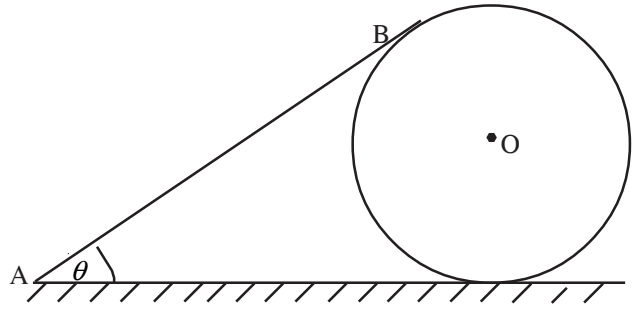
\overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} , \overline{DA} සොයන්න.

බල පද්ධතියක් විශාලත්වයෙන් හා දිශාවෙන් $4\overline{AB}$, $2\overline{BC}$, $3\overline{CD}$, හා $5\overline{DA}$ වූ බල හතරකින් සමන්විතවේ. මෙම බල සංරචක ස්වරූපයෙන් රූප සටහනක, යෙදුම් ලක්ෂ්‍යවල බිණ්ඩාංක ද, සමගින් ලකුණු කරන්න. මෙම බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න. මෙම බල පද්ධතියෙහි සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ ක්‍රියා රේඛාව (0, 42) ලක්ෂ්‍යය හරහා ගමන් කරන බව ද පෙන්වන්න.

- (15) (a) රළු තිරස් බිමක් මත අක්ෂය තිරස් වනසේ, ඝන ඒකාකාර සිලින්ඩරයක් තබා ඇත. බර W වූ AB ඒකාකාර දණ්ඩක A කෙළවර රළු තිරස් බිම මත හා B කෙළවර සිලින්ඩරයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය ස්පර්ශ වන සේ තබා ඇත.

(රූපය බලන්න)

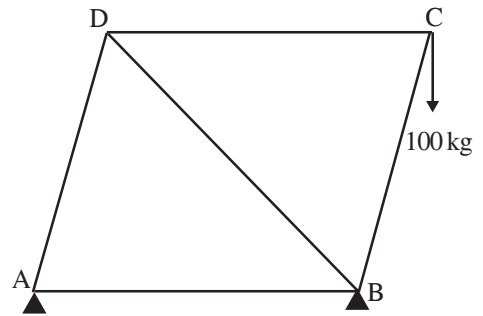
පද්ධතිය මත ක්‍රියාකරන සියළුම බල ලකුණු කරන්න.



AB තිරස සමඟ සාදන කෝණය θ නම්, දණ්ඩ හා සිලින්ඩරය අතර අභිලම්භ ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{W}{2} \cos \theta$ බව පෙන්වන්න.

සිලින්ඩරයත්, දණ්ඩත් අතර ස්පර්ශය සඳහා ඝර්ෂණ කෝණය λ නම්, $\lambda \geq \theta/2$ බව පෙන්වන්න.

- (b) සැහැල්ලු AB, BC, CD, DA හා BD නිදහස් ලෙස සන්ධි කිරීමෙන් $ABCD$ රාමු සැකිල්ල තනා තිබේ. $\hat{BAD} = 60^\circ$ හා $ABCD$ රොම්බසයක් වේ. රාමු සැකිල්ලේ A හා B හි දී ආධාරක ලෙස ක්‍රියා කරන සිරස් බල දෙකක් ද, C හිදී 100 kg භාරයක් ද එල්ලා තිබේ. AB තිරස් වන අතර එය CD හි මට්ටමට පහළින් පිහිටයි.



A හා B හි ක්‍රියාකරන සිරස් බල සොයන්න.

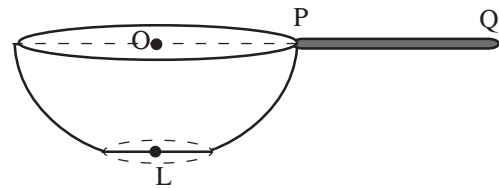
මෙම රූපය පිළිතුරු පත්‍රයේ පිටපත් කරගනිමින් බෝ අංකනය යෙදීමෙන් ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අඳින්න.

සෑම දණ්ඩකම ප්‍රථ්‍යාබල වල විශාලත්වයක් හා ඒවායේ කවරක් ආතති තෙරපුම් වශයෙන් පවතී දැයි නිර්ණය කරමින් සොයන්න.

- (16) ජන්තකයක්, අරය $5a$ හා පෘෂ්ඨික ඝනත්වය ρ වූ ඒකාකාර කුහර අර්ධ ගෝලීය කබොළකින් ලබා ගෙන ඇත්තේ, අර්ධ ගෝලයේ වෘත්ත දාරයේ කේන්ද්‍රය O හි සිට $3a$ දුරකින්, වෘත්ත දාරයට සමාන්තර තලයකින් කැපීමෙනි. ජන්තකයට වෘත්ත දාර දෙකක් තිබෙන බව දී තිබේ. අනුකලනය භාවිතයෙන් ජන්තකයේ ස්කන්ධය $30\pi a^2 \rho$ බවත් ජන්තකයේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, O හි සිට $\frac{3a}{2}$ දුරකින් සමමිතික අක්ෂය මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.

මෙම ජන්තකයේ කුඩා වෘත්ත දාරයට සිහින්, ඒකාකාර, පෘෂ්ඨික ඝනත්වය ρ වන හා අරය $4a$ වන වෘත්ත තැටියක් දෘඪව සවිකිරීමෙන් භාජනයක් තනා ඇත. මෙම භාජනයේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි සමමිතික අක්ෂය මත, O හි සිට $\frac{93a}{46}$ දුරින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

භාජනයේ ස්කන්ධය M වේ. ඒකාකාර දිග $4a$ හා ස්කන්ධය $\frac{M}{3}$ වන PQ සිහින් දණ්ඩක්, භාජනයේ ඉහළ දාරයේ P ලක්ෂ්‍යයට දෘඪව මීටක් ලෙස සම්බන්ධ කිරීමෙන් සාස්පානක් තනා ඇත්තේ රූපයේ දැක්වෙන පරිදි O, P, Q ලක්ෂ්‍යය ඒක රේඛීය වන සේ ය. සාස්පානේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම සොයන්න.



සාස්පානේ එහි මීටේ Q කෙළවරින් නිදහසේ එල්ලූ විට එය සමතුලිතතාවේ තිබේ. සාස්පානේ මීට යටි අත් සිරස සමඟ සාදන කෝණය සොයන්න.

(17) (a) ආරම්භයේ බැගයක රතු බෝල 2 ක් හා නිල් බෝල 3 ක් තිබේ. පළමු නැහැසුමේදී (උත්සාහයේ දී) බැගයෙන් බෝලයක් අහඹු ලෙස ඉවතට ගෙන, එහි වර්ණය නිරීක්ෂණය කර ඒ හා සමාන තවත් බෝලයක් සමඟ ඉවතට ගත් බෝලය බැගයට ප්‍රතිස්ථාපනය කරයි.

මෙවැනි උත්සාහයන් 3 ක් සිදුකරන බව දී තිබේ. විවිධ සම්භාවිතාවන් දක්වමින් මේ සඳහා රූක් සටහනක් අඳින්න.

ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින්,

(i) අඩුම වශයෙන් එක් නිල් බෝලයක්වත් ඉවතට ගෙන තිබීමේ,

(ii) හරියට ම එක් නිල් බෝලයක් ඉවතට ගෙන තිබීමේ සම්භාවිතාවන් සොයන්න.

ඉවතට ගත් සියළුම බෝල එකම වරණයේ යැයි දී ඇති විට එම බෝල රතු ඒවා වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(b) ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්‍යය \bar{x} හා විචලනය S_x^2 නම්,

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \quad \text{හා} \quad S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n f_i} \quad \text{ලෙසට අර්ථ දක්වයි. මෙහි } x_i, i \text{ වැනි පන්තියේ මධ්‍ය}$$

අගය හා f_i, i වැනි පන්තියේ සංඛ්‍යාතය වේ. a හා c නියත වන $y_i = \frac{x_i - a}{c}$ පරිණාමනය යටතේ දත්ත

සකස් කළ විට, y අගයන්ගේ මධ්‍යන්‍ය \bar{y} හා විචලනය S_y^2 වේ. $\bar{y} = \frac{1}{c}(\bar{x} - a)$ හා $S_y^2 = \frac{1}{c^2} S_x^2$ යන්නේ ලැබෙන බව පෙන්වන්න.

එක්තරා පොත් සාප්පුවකින් දින 90 ක් තුළ විකුණන ලද පුවත්පත් සංඛ්‍යාව පිළිබඳ තොරතුරුවල සාරාංශ වගුවක් පහත දැක්වේ.

පුවත්පත් ගණන	දින ගණන
10 - 20	8
20 - 30	12
30 - 40	20
40 - 50	50

සුදුසු පරිණාමනයක් යොදා ගනිමින් ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය හා විචලනය ආසන්න පූර්ණ සංඛ්‍යාවට සොයන්න.