සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / All Rights Reserved

දකුණු පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
தென் மாகாணக் கல்வித் திணைக்களம்
Southern Provincial Department of Education

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) 13 ශ්‍රේණිය, දෙවන වාර පරීක්ෂණය, 2020 මාර්තු

General Certificate of Education (Adv. Level), Grade 13, Second Term Test, March 2020

සංයුක්ත ගණිතය - I

Combined Mathematics I

10 S I

පැය 03 යි.

03 hours

අමතර කියවීම් කාලය මිනිත්තු 10

විභාග අංකය:..

උපදෙස්:

- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.

  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17)
- **A කොටස:**

  සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිතා කළ හැකි ය.
- **B කොටස:**

  ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය, **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙ යාමට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු	
ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක		
උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ	1.	
	2.	
අධීක්ෂණය කළේ		

(1) ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය යෙදීමෙන් සියලු n සඳහා

$1 + 3 + 5 + ... + n = \frac{1}{4}\left(n+1\right)^2$ බව පෙන්වන්න. මෙහි n ධන ඔත්තේ සංඛ්‍යාවකි.

(2) ශුන්‍යයෙන් ආරම්භ නොවන, සංඛ්‍යාංක හතරකින් යුත් සංඛ්‍යා කොපමණ ගණනක් 0, 1, 2, ..., 9 යන සංඛ්‍යා 10 න්,

(i) 7 අංකය සංඛ්‍යාවට ඇතුළත් නොවන පරිදි,

(ii) 7 අංකය හරියට ම එක් වතාවක් ඇතුළත් වන පරිදි

ලිවිය හැකි ද?

(3) මූල ලක්ෂ්‍යය හරහා යමින් $\left(\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right)$ හරහා ද යන පරිදි විෂ්කම්භය $2y - 3x = 0$ රේඛාව මත පිහිටන වෘත්තයේ සමීකරණය හා එහි අරය සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

(4) $y = \sqrt{\frac{\text{Sec}\, x + \text{Tan}\, x}{\text{Sec}\, x - \text{Tan}\, x}}$ $0 < x < \frac{\pi}{4}$ වේ.

$y = \frac{\text{Cos}\,\frac{x}{2} + \text{Sin}\,\frac{x}{2}}{\text{Cos}\,\frac{x}{2} - \text{Sin}\,\frac{x}{2}}$ බව පෙන්වන්න. $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}\text{Sec}^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right)$ බවත් පෙන්වන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

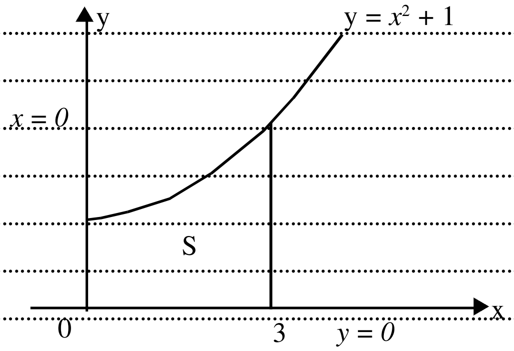
....

....

....

....

(5) $y = x^2 + 1$ වක්‍රයත්, $x = 3, x = 0$ හා $y = 0$ රේඛා වලිනුත් පර්යන්තගත වර්ගඵලය S වේ. මෙම S වර්ගඵලය, x අක්ෂය වටා $2\pi\ rad$ වලින් භ්‍රමණය කළ විට ජනනය වන ඝනයේ පරිමාව $\frac{348\pi}{5}$ බව පෙන්වන්න.



(6) $\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{\text{Tan}^3 x - \text{Tan}\, x}{\text{Cos}\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}$ සොයන්න.

(7) විචල්‍ය සරල රේඛාවක් $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ ලෙසට දක්වයි. මෙය $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}=\frac{1}{c^2}$ තෘප්ත කරයි. c යනු නියතයකි. මූල ලක්ෂ්‍යයේ සිට විචල්‍ය රේඛාවට ඇඳි ලම්භයේ අඩියේ පථය සොයන්න.

(8) $0 < m < 9$ වූ $mx^2 + 4(m+3)x + 5m + 19 = 0$ සමීකරණයට තාත්වික ප්‍රභින්න මූල දෙකක් තිබෙන බව පෙන්වන්න.

(9) $\int \frac{dx}{x^2(x-1)}$ සොයන්න.

(10) $\alpha = \mathrm{Tan}^{-1}\frac{x\sqrt{3}}{2k-x}$ හා $\beta = \mathrm{Tan}^{-1}\frac{2x-k}{\sqrt{3}k}$ නම් $\alpha - \beta$ හි එක් අගයක් 30^0 බව පෙන්වන්න.

B කොටස

(11) (*a*) $x^2 + 2020x + 10 = 0$ සමීකරණයේ මූල α හා β වේ. $\alpha + \beta$ හා $\alpha\beta$ හි අගයන් ලියා දක්වන්න.

ඒ නයින්

(i) $\dfrac{\alpha^2}{\beta + 2020} + \dfrac{\beta^2}{\alpha + 2020}$

(ii) $(\alpha + 2020)^{-1} + (\beta + 2020)^{-1}$

(iii) $(\alpha + 2020)^{-2} + (\beta + 2020)^{-2}$

හි අගයන් සොයන්න.

(b) $f(x) = x^5 + kx^2$ බහු පද ශ්‍රිතය, $(x - 1)(x - 2)(x - 3)$ න් බෙදූ විට,

ශේෂය $A(x - 1)(x - 2) + B(x - 2)(x - 3) + C(x - 3)(x - 1)$ ආකාරයේ වේ.

A, B හා C හි අගයන් සොයන්න. ශේෂය ද ලබා ගන්න.

ඒ නයින් ශේෂයේ x^2 පද අඩංගු නොවන සේ k හි අගය ලබාගන්න.

(c) $x^3 - 12x - 16$ හි සාධක සොයන්න.

ඒ නයින් $\dfrac{(x+1)^2}{x^3 - 12x - 16}$ හි භින්න භාග සොයන්න.

---

(12) (a) $y = f(x) = |x - 2| + 3$ හා $g(x) = 3|x - 1| - 2$ ශ්‍රිතවල දළ ප්‍රස්තාර අඳින්න.

ඒ නයින්

$|x - 2| + 5 \geq 3|x - 1|$ අසමානතාව විසඳන්න.

(b) පාසල් ක්‍රිකට් කණ්ඩායමක ක්‍රීඩකයින් 16 දෙනෙකු සිටිති. කඩුළු රකින්නන් දෙදෙනකු, පන්දු යවන්නන් පස් දෙනෙකු හා පිතිකරුවන් නව දෙනෙකු ඊට ඇතුළත් ය.

11 දෙනෙකුගෙන් යුත් කණ්ඩායමක් තෝරා ගත යුත්තේ අවම වශයෙන් කඩුළු රකින්නෙක්, අවම වශයෙන් පන්දු යවන්නන් 4 ක් සහ අවම වශයෙන් පිතිකරුවන් 5 දෙනෙක් ඇතුළත් වන පරිදි ය. මෙම කණ්ඩායම තෝරාගත හැකි වෙනස් ආකාර ගණන කොපමණ ද?

(13) (a) (i) $(2r+1)^3-(2r-1)^3 \equiv 24r^2+2$ සර්වසාම්‍ය සත්‍යාපනය කරන්න.

ඒ නයින් $\sum_{r=1}^{n} r^2$ සොයන්න.

$\sum_{r=1}^{n} r = \frac{n}{2}(n+1)$ බව උපකල්පනය කිරීමෙන් හා ඉහත ප්‍රතිඵලය යෙදීමෙන්,

$\sum_{r=n+1}^{2n} (2r+1)^2 = \frac{n}{3}\left(28n^2+36n+11\right)$ බව පෙන්වන්න.

(b) $\frac{4+4r-3r^2}{r^2(r+2)^2} \equiv \frac{1}{r^2}-\frac{k}{(r+2)^2}$; $r \in \mathbb{Z}^+$ වන පරිදි k නියතයේ අගය සොයන්න.

$U_r = \left[\frac{4+4r-3r^2}{r^2(r+2)^2}\right]2^r$; $r \in \mathbb{Z}^+$ යැයි දී තිබේ.

$U_r = f(r)-f(r+2)$ වන පරිදි $r \in \mathbb{Z}^+$ $f(r)$ සොයන්න.

ඒ නයින් $\sum_{r=1}^{n} U_r = 3-\frac{2^{n+1}\left(3n^2+8n+6\right)}{(n+1)^2(n+2)^2}$ බව පෙන්වන්න.

---

(14) (a) $y = f(x) = x^5-5x^4+1,\ x \in \mathbb{R}$ ලෙස ගනිමු. $\frac{dy}{dx}$ හා $\frac{d^2y}{dx^2}$ සොයන්න.

$y = f(x)$ වක්‍රයේ හැරුම් ලක්ෂ්‍ය සොයන්න.

y අන්තඃ ඛණ්ඩය, හැරුම් ලක්ෂ්‍ය හා නතිවර්තන ලක්ෂ්‍ය දක්වමින් $y = f(x)$ වක්‍රයේ දළ සටහන අඳින්න.

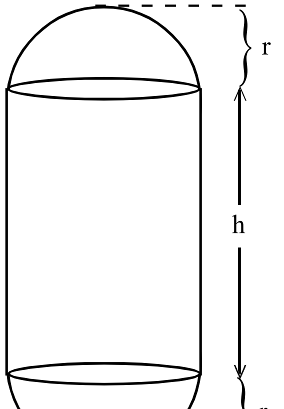
ඒ නයින් $x^5 - 5x^4 + 1 - x = 0$ සමීකරණයේ තාත්වික මූල සංඛ්‍යාව කොපමණදැයි සොයන්න.

(b) රූපයේ දැක්වෙන පරිදි භාජනයක්, කුහර අර්ධ ගෝල දෙකක් හා කුහර සිලින්ඩරත් එකට පෑස්සීමෙන් තනා තිබේ. අර්ධගෝලවල හා සිලින්ඩරයේ අරයන් r වේ. සිලින්ඩරයේ උස h හා භාජනයේ පරිමාව සන ඒකක 1600π නම්

$h = \frac{1600}{r^2}-\frac{4r}{3}$ බව පෙන්වන්න.

භාජනයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය වර්ග ඒකක A නම්,

$A = 2\pi\left[\frac{1600}{r}+\frac{2r^2}{3}\right]$ බව පෙන්වන්න. පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය A අවම වන පරිදි r හි අගය සොයන්න.



(15) (a) $x=\frac{1}{2}(1+Sin\theta)$ ආදේශයෙන් $\int_{1/4}^{3/4}\frac{xdx}{\sqrt{x-x^2}} = \frac{1}{2}\int_{-\pi/6}^{\pi/6}(1+Sin\theta)\,d\theta$ බව පෙන්වා,

ඒ නයින් එම අනුකලනය අගයන්න.

(b) කොටස් වශයෙන් අනුකලන ක්‍රමය යොදා ගනිමින් $\int\frac{lnx}{(1+x)^3}dx$ අගයන්න.

(c) a නියතයක් විට $\int_o^a f(x)dx = \int_o^a f(a-x)dx$ භාවිතා කරමින්,

$\int_o^{\pi/2}\frac{dx}{1+\sqrt{Tan\,x}}$ සොයන්න.

(16) (a) ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ AD හා AB පාදවල සමීකරණ පිළිවෙලින්,

$y + x + 2 = 0$ හා $4x + y - 4 = 0$ වේ.

සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ මූල ලක්ෂ්‍යයේ දී ඡේදනය වේ.

(i) AC විකර්ණයේ සමීකරණය

(ii) AC විකර්ණයේ දිග

(iii) සමාන්තරාස්‍රයේ ඉතිරි පාදවල සමීකරණ

සොයන්න.

(b) $r^2(1+m^2) = (b-ma-c)^2$ නම් $(x - a)^2 + (y - b)^2 - r^2 = 0$ වෘත්තයට $y = mx + c$ සරල රේඛාව ස්පර්ශකයක් වන බව පෙන්වන්න.

$\lambda\in\mathbb{R},\ x+y=\lambda$ සරල රේඛාව $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 13 = 0$ වෘත්තයට ස්පර්ශකයක් වනසේ,

λ හි අගයන් ***දෙක*** සොයන්න.

හි මෙම අගයන් සඳහා ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍ය වල ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

(17) (a) $\dfrac{1+Cos\,2\theta+Sin\,2\theta}{1-Cos\,2\theta+Sin\,2\theta} \equiv CoT\theta$ බව සාධනය කරන්න.

ඒ නයින්

$1+Sin\,2\theta=3cos\,2\theta$ නම්, $\cos 2\theta \neq 0$

ඉහත සමීකරණයේ θ සඳහා සාධාරණ විසඳුම් සොයන්න.

(b) $\left(2Tan\,x-1\right)^2 = 3\left(sec^2 x-2\right)$

සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම් සොයන්න.

(c) ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය X වේ.

සුපුරුදු අංකනයෙන්, සයින් හා කෝසයින් නීති භාවිතා කරමින් ,

$$Sin\ A\hat{X}B = \frac{2b\,Sin\,C}{\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}}$$ හා

$$Sin\ X\hat{A}C = \frac{a\,Sin\,C}{\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}}$$ බව පෙන්වන්න.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / All Rights Reserved

දකුණු පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
தென் மாகாணக் கல்வித் திணைக்களம்
Southern Provincial Department of Education

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) 13 ශ්‍රේණිය, දෙවන වාර පරීක්ෂණය, 2020 මාර්තු

General Certificate of Education (Adv. Level), Grade 13, Second Term Test, March 2020

සංයුක්ත ගණිතය - II

Combined Mathematics II

10 | S | II

පැය 03 යි.

03 hours

අමතර කියවීම් කාලය මිනිත්තු 10

විභාග අංකය:...

උපදෙස්:

- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.

  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 17)
- **A කොටස:**

  සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. ඒක එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිතා කළ හැකි ය.
- **B කොටස:**

  ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය, **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙ යාමට අවසර ඇත.

- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි. ($g = 10ms^{-2}$)

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය II		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු	
ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක	
උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ	1.
	2.
අධීක්ෂණය කළේ	

A කොටස

(1) ස්කන්ධ පිළිවෙලින් 2m හා 3m වන P හා Q අංශු දෙකක්, අචල කුඩා සැහැල්ලු සුමට R කප්පියක් උඩින් යන දිග $3l$ වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට සම්බන්ධ කර තිබේ. අංශු දෙකම R හි සිට $\frac{3l}{2}$ ගැඹුරකින් තබා පද්ධතිය නිශ්චලතාවෙන් මුදා හරී. **ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන්** එක් - එක් අංශුව $x\ (< 3l/2)$ දුරක් චලනය වූ විට එක් - එක් අංශුවේ වේගය $\dot{x}$, $\dot{x}^2 = \frac{2}{5}gx$ යන්නෙන් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. **ඒනයින්** පද්ධතියේ ත්වරණය අපෝහනය කරන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

(2) $t = 0$ දී නිශ්චලතාවේ සිට $g/3$ ඒකාකාර ත්වරණයෙන් සිරස්ව ඉහළට චලනය වන බැලුමක්, කුඩා බෝලයක් රැගෙන යයි. කාලය $t = t_0$ විට, බෝලය බැලුමෙන් සීරුවෙන් ඉවත් වී, ගුරුත්වය යටතේ චලනය වේ.
$t = 0$ සිට බෝලය එහි උපරිම උස කරා ළඟා වන තෙක් බෝලයේ උඩු අත් චලිතය සඳහා ප්‍රවේග - කාල ප්‍රස්ථාරය අඳින්න. බෝලය ළඟා වන උපරිම උස $\frac{2}{9}gt_0^2$ බව පෙන්වන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

(3) අරය a වන අචල ගෝලාකාර බඳුනක, අභ්‍යන්තර සුමට පෘෂ්ඨයේ අංශුවක් **තිරස්** වෘත්තයක චලනය වේ. ගෝල කේන්ද්‍රයේ සිට වෘත්තයේ කේන්ද්‍රයට ගැඹුර h වේ. අංශුවේ ප්‍රවේගය $\sqrt{\frac{g(a^2-h^2)}{h}}$ බව පෙන්වන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

(4) තිරසට α කෝණයක් ආනත රළු තලයක, වැඩිතම බෑවුම් රේඛාව ඔස්සේ ස්කන්ධය Mkg වූ ලී කුට්ටියක් තලය දිගේ ඉහළට $v\,ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කරයි. නිශ්චලතාවයට ඒමට පෙර කුට්ටිය තලය දිගේ ඉහළට a m ගමන් කරයි නම්, ඝර්ෂණ බලයට එරෙහිව කරන ලද කාර්යය $M\left[\frac{v^2}{2} - ga\,Sin\,\alpha\right]J$ බවත්, කුට්ටියත් තලයත් අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය $\left[\frac{v^2}{2ag}sec\,\alpha - Tan\,\alpha\right]$ බවත් පෙන්වන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

(5) ස්කන්ධය M වූ මෝටර් රථයක එන්ජිම H kW නියත සීඝ්‍රතාවයෙන් කාර්යය කරයි. මෝටර් රථයේ චලිතයට ප්‍රතිරෝධය නියතයක් වේ. සම බිමේ දී මෝටර් රථයේ උපරිම වේගය v වේ.

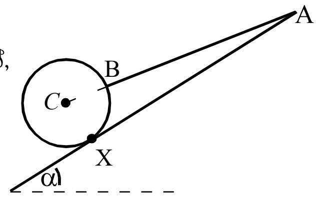
සම බිමේදී මෝටර් රථය $\frac{v}{2}$ වේගයෙන් ගමන් කරන විට එහි ත්වරණය සොයන්න.

(6) A, B හා C ලක්ෂ්‍ය තුනක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $-4\boldsymbol{i}+10\boldsymbol{j}$, $14\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}$ හා $2\boldsymbol{i}+6\boldsymbol{j}$ වේ. මෙහි $\boldsymbol{i}$ හා $\boldsymbol{j}$ සඳහා සුපුරුදු අර්ථය තිබේ. $\overrightarrow{AB}$ හා $\overrightarrow{AC}$ සොයන්න.

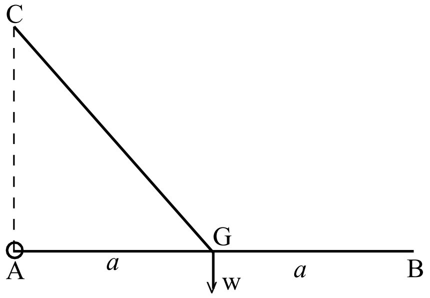
A, B හා C ලක්ෂ්‍ය ඒක රේඛීය බව පෙන්වා $\frac{AC}{AB}$ අනුපාතය සොයන්න.

(7) දිග 6A වන බර W වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩේ A පහළ කෙළවර සුමට තිරස් පොළවක ගැටෙමින් ද, දණ්ඩ $AC = 4a$ වන සේ වූ කුඩා සුමට C නා දැත්තක් මත ද තබා ඇත. තිරසට α කෝණයකින් ආනතව දණ්ඩ සමතුලිතතාවේ තබා ගන්නේ විශාලත්වය $\frac{W}{2}$ වූ බලයක් දණ්ඩ මත, දණ්ඩ දිගේ යෙදීමෙනි. A හි ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය $W/4$ බවත්, $Sin\,\alpha = 2/3$ බවත් පෙන්වන්න.

(8) තිරසට α කෝණයකින් ආනත සුමට තලයක් මත බර W වන ගෝලයක් තබා ඇත්තේ රූපයේ දැක්වෙන පරිදි ආනත තලය මත A ලක්ෂ්‍යයකටත්, ගෝලය මත B ලක්ෂ්‍යයකටත් සම්බන්ධ කර ඇති සැහැල්ලු අවිතන්‍ය AB තන්තුවකිනි. ගෝලයේ අරය a බවත් $AB = 3a$ බවත් දී තිබේ. තන්තුවේ ආතතිය $\frac{4W\,Sin\,\alpha}{\sqrt{15}}$ බවත්, X හි ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{W}{\sqrt{15}}\left[\sqrt{15}\,Cos\,\alpha + Sin\,\alpha\right]$ බවත් පෙන්වන්න.



(9) දිග $2a$ හා බර w වූ AB ඒකාකාර දණ්ඩ A අචල ලක්ෂ්‍යයකට අසව් කර තිබේ. B කෙළවරට 2w භාරයක් එල්ලා රූපයේ දැක්වෙන පරිදි දණ්ඩේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය G හා A ට සිරස්ව ඉහළින් පිහිටි C ලක්ෂ්‍යය යා කරන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් දණ්ඩ තිරසට සමතුලිතතාවේ පවත්වා ගනී. තන්තුවේ දිග $2a$ වේ.



තන්තුවේ ආතතිය $\frac{10\sqrt{3}w}{3}$ හා අසව්වේ ප්‍රතික්‍රියාව $\sqrt{\frac{37}{3}}w$

බව පෙන්වන්න.

(10) Ω නියැදි අවකාශයේ A හා B සිද්ධීන් දෙකකි. සාමාන්‍ය අංකනයට අනුව $P(A)=p,\ p(B)=\frac{2}{5}p$ හා

$P(A\cup B)-P(A\cap B)=\frac{3}{4}p\ \ (p>0)$ වේ. $P(A\cap B)$, $P(A\cup B)$ හා $P(A\cap B')$ සඳහා අගයන් p

ඇසුරෙන් ලබාගන්න

B කොටස

(11) (a) තිරසට $Tan^{-1}\frac{3}{4}$ ආනත සුමට තලයක් මත O ලක්ෂ්‍යයක A හා B අංශු දෙකක් තබා ඇත. A අංශුව O හි සිට ආනත තලයේ වැඩිතම බෑවුම් රේඛාව ඔස්සේ ඉහළට u ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කරන මොහොතේදී ම B අංශුව ආනත තලයේ වැඩිතම බෑවුම් රේඛාව ඔස්සේ පහළට $u/2$ ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කරයි.

අංශු දෙක ආනත තලයෙන් ඉවත් නොවන්නේ යැයි උපකල්පනය කරමින් A හා B හි චලිත සඳහා ප්‍රවේග - කාල ප්‍රස්ථාරවල දළ සටහන් එකම රූපයක අඳින්න.

මෙම ප්‍රස්තාර භාවිතයෙන් A අංශුව නැවත O වෙත පැමිණෙන මොහොතේදී B අංශුව O හි සිට $\frac{5u^2}{g}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

B ට සාපේක්ෂව A ගේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග - කාල ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

(b) A නැවේ උපරිම වේගය 40 kmh^{-1} වේ. A නැව, B නැවට 20km බටහිරින් පිහිටයි. B නැව 30 kmh^{-1} ඒකාකාර වේගයෙන් උතුරට ගමන් කරයි. B නැව වෙත හැකි ඉක්මනින් ළඟා වීම පිණිස A නැව සිය උපරිම වේගයෙන් ගමන් කළයුතු දිශාව සොයන්න.

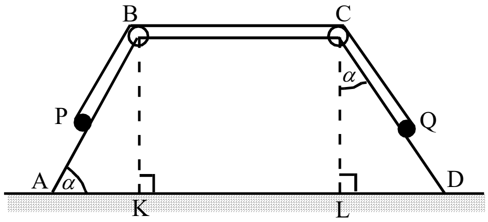
තවද, A නැව, B නැව වෙත ළඟා වීමට ගන්නා කාලය $\frac{120\sqrt{7}}{7}min$ බව පෙන්වන්න.

A නැව නැගෙනහිර දිශාවට උපරිම වේගයෙන් ගමන් කරන ලද්දේ නම්, A හා B නැව් අතර කෙටිතම දුර සොයන්න.

---

(12) (a) රූපයේ දැක්වෙන ABCD ත්‍රපීසියම ස්කන්ධය 5m වූ සුමට ඒකාකාර කුට්ටියක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය හරහා යන සිරස් කඩකි. AD හා BC රේඛා සමාන්තර වන අතර AB හා CD රේඛා ඒවා අඩංගු මුහුණත් වල උපරිම බෑවුම් රේඛාවන් වේ.

$B\hat{A}K = L\hat{C}D = \alpha = Cos^{-1}\frac{3}{5}$ වේ.



AD අයත් මුහුණත සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත ඇතිව කුට්ටිය තබනු ලැබේ. B හා C හි කුඩා සුමට කප්පි දෙකක් තබා ඇත. සැහැල්ලු අවිතන්‍ය PQ තන්තුව B හා C හි ඇති කප්පි උඩින් යන අතර, එහි එක් කෙළවරකට ස්කන්ධය 2m වන P අංශුවක් ද, අනෙක් කෙළවරට ස්කන්ධය 3m වන Q අංශුවක් ද, අමුණා ඇත. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි P අංශුව AB මත ලක්ෂ්‍යයක ද, Q අංශුව CD මත ලක්ෂ්‍යයක ද තබා තන්තුව තදව ඇති ව පද්ධතිය නිශ්චලතාවේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. ගෙබිමට සාපේක්ෂව කුට්ටියේ ත්වරණයේ විශාලත්වය $\frac{9g}{463}$ බව පෙන්වා කුට්ටියට සාපේක්ෂව P හා Q අංශුවල ත්වරණ සොයන්න.

(b) එකම තිරස් මට්ටමේ පිහිටි A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකකින් සමාන අංශු දෙකක් එකම මොහොතේ ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. පළමු අංශුව A හි සිට B දෙසට තිරසට 45^0 කින් AB ට ඉහළින් u ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කරයි. දෙවැනි අංශුව B හි සිට A දෙසට තිරසට 60^0කින් AB ට ඉහළින් υ ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කරයි.

අංශු ඒවා ළඟාවන ඉහළම ලක්ෂ්‍යයේ දී සරලව ගැටේ. $\upsilon : u$ අනුපාතය සොයන්න. $u^2 = ga\left(3-\sqrt{3}\right)$ බව පෙන්වන්න. a යනු A හා B අතර දුර වේ.

ගැටුමෙන් පසු පළමු අංශුව සිරස්ව පහළට වැටේ. ගැටුම සඳහා ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\left(\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}\right)$ බව පෙන්වන්න.

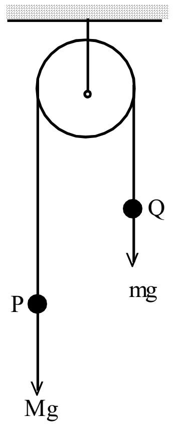
(13) *(a)* ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් අරය a වන සුමට අචල ගෝලයක පෘෂ්ඨයේ A ලක්ෂ්‍යයක තබා ඇත. ගෝලයේ කේන්ද්‍රය O වන අතර OA උඩු අත් සිරස සමඟ සාදන සුළු කෝණය $\text{Cos}^{-1}\,{}^{3}\!/_{4}$ වේ. P අංශුව ගෝල පෘෂ්ඨයේ තිබෙන පරිදි A හි සිට නිශ්චලතාවෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. OP උඩු අත් සිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදන විට අංශුවේ ප්‍රවේගය υ, $\upsilon^2 = \dfrac{1}{2}ga(3-4\text{Cos}\theta)$ යන්නෙන් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

අංශුව ගෝල පෘෂ්ඨය මත තිබෙන විට, අංශුව මත ගෝලයෙන් යෙදෙන අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

OP උඩු අත් සිරස සමඟ ${}^{\pi}\!/_{3}$ කෝණයක් සාදන විට අංශුව ගෝල පෘෂ්ඨය හැර යන බව පෙන්වන්න.

(b) ස්කන්ධ පිළිවෙලින් M හා m(< M) වන P හා Q අංශු දෙකක් සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට අමුණා තන්තුව සැහැල්ලු සුමට කප්පියක් හරහා යන පරිදි තබා ඇත. තන්තුවේ කොටස් දෙකම තදව සිරස්ව තිබෙන විට, පද්ධතිය නිශ්චලතාවෙන් මුදා හරී.

t_0s කාලයකට පසු P අංශුව පොළොව මත වැදී පොලා නොපනී. අනතුරුව ඇතිවන චලිතයේදී Q අංශුව කප්පියේ නොවදින්නේ යැයි උපකල්පනය කරමින්, නැවත තන්තුව තදවීමට ගතවන අමතර කාලය සොයන්න. P අංශුව පොළොවෙන් ඉවත්වන ප්‍රවේගය සොයන්න.



(14) ස්වාභාවික දිග $2a$ හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය 6mg වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් අචල O ලක්ෂ්‍යයකට ද, අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය 3m වූ P අංශුවකට ද ගැට ගසා ඇත. P අංශුව O හිදී නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. P අංශුව Q පසුකර යන විට එහි ප්‍රවේගය සොයන්න. මෙහි $OQ = 2a$ වේ.

තන්තුවේ දිග $x(\geq 2a)$ යන්න $\ddot{x} + \dfrac{g}{a}(x-3a) = 0$ සමීකරණය සපුරාලන බව පෙන්වන්න.

$X = x - 3a$ ලෙස ගෙන ඉහත සමීකරණය $\ddot{X} + \omega^2 X = 0$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි $\omega(>0)$ නිර්ණය කළ යුතු නියතයකි.

$\dot{X}^2 = \omega^2(A^2 - X^2)$ බව උපකල්පනය කරමින්, මෙම සරල අනුවර්තී චලිතයේ විස්තාරය වන A සොයන්න.

P අංශුව ළඟා වන පහළම ලක්ෂ්‍යය L යයි ගනිමු. Q සිට L දක්වා චලිතයට P මගින් ගනු ලැබූ කාලය $\sqrt{\dfrac{a}{g}}\left(\pi - \text{Cos}^{-1}\dfrac{1}{\sqrt{5}}\right)$ බව පෙන්වන්න.

P අංශුව L හි තිබෙන මොහොතේදී ස්කන්ධය m වූ තවත් අංශුවක් සීරුවෙන් P ට ඈඳනු ලැබේ.
ස්කන්ධය 4m වූ සංයුක්ත අංශුවේ චලිත සමීකරණය

$$\ddot{x} + \frac{3g}{4a}\left(x - \frac{10a}{3}\right) = 0$$ බව පෙන්වන්න.

සංයුක්ත අංශුවේ, සරල අනුවර්තී චලිතයේ විස්තාරය $\left(3\sqrt{5}-1\right){}^{a}\!/_{3}$ බව පෙන්වන්න.

(15) (a) x , y තලයේ O මූලයට අනුබද්ධව A, B හා C ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුමේ දෛශික සුපුරුදු අංකනයෙන්, පිළිවෙලින් $3\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}$, $4\boldsymbol{i}+3\boldsymbol{j}$ හා $6\boldsymbol{i}+8\boldsymbol{j}$ වේ. $\overrightarrow{BK}=\frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$ වන සේ BC මත පිහිටන K ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න. ABCD ත්‍රැපීසියමක් වන පරිදි D ශීර්ෂය පිහිටා ඇත්තේ AB, DC ට සමාන්තරවන සේත්, AK, BD ට ලම්බ වන සේත් ය. D හි පිහිටුම් දෛශිකය $\frac{64}{31}\boldsymbol{i} + \frac{126}{31}\boldsymbol{j}$ බව පෙන්වන්න.

දුර මීටර් වලින් ද, බලය නිව්ටන් වලින් ද මනින ලද xy තලයේ බල හතරකින් යුත් බල පද්ධතියක් පහත දැක්වෙන ආකාරයට පිහිටයි.

ක්‍රියා ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක	බලයේ ox , oy දිශාවට සංරචක
A(3, 2)	$\mathbf{F_1} = \left(-\frac{18}{5}\ ,\ 2\right)$
B(4 , 3)	$\mathbf{F_2} = \left(6\ ,\ \frac{6}{5}\right)$
L(0 , 10)	$\mathbf{F_3} = \left(2\ ,\ \frac{4}{5}\right)$
M(4 , 0)	$\mathbf{F_4} = \left(\frac{13}{5}\ ,\ 8\right)$

(i) $\mathbf{F_1}$ හා $\mathbf{F_2}$ බල වල O මූලය හා C (6, 8) ලක්ෂ්‍යය වටා ඝූර්ණ ශුන්‍ය වන බව පෙන්වා ***ඒ නයින්*** $\mathbf{F_1}$, $\mathbf{F_2}$, $\mathbf{F_3}$, $\mathbf{F_4}$ බල හතරකින් සමන්විත පද්ධතියේ O මූලය වටා G ඝූර්ණය දක්ෂිණාවර්තව 18Nm විශාලත්වයෙන් යුතු බව පෙන්වන්න.

(ii) පද්ධතියේ **R** සම්ප්‍රයුක්තයේ (X, Y) සංරචක සොයන්න. ***ඒ නයින්*** **R** හි ක්‍රියා රේඛාව y අක්ෂය හමුවන ලක්ෂ්‍යය සොයන්න.

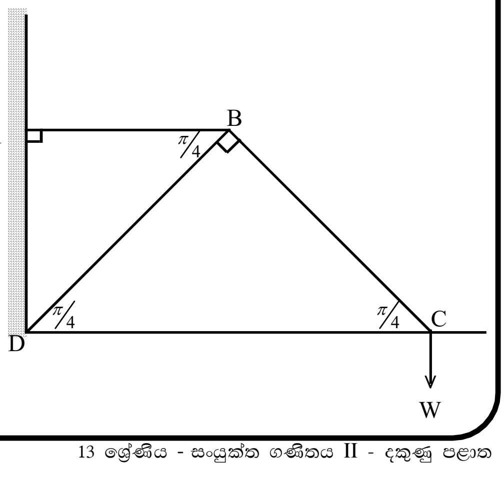
(iii) බල පද්ධතිය $\left(O, \frac{246}{155}\right)$ ලක්ෂ්‍යයේදී ක්‍රියා කරන තනි බලයකින් හා ඝූර්ණය G_1 යුග්මයකින් ප්‍රතිස්ථාපනය කරනු ලැබේ. G_1 හි අගය සොයා තනි බලයේ ක්‍රියා රේඛාව $D=\left(\frac{64}{31}\ ,\ \frac{126}{31}\right)$ ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ යන බව පෙන්වන්න.

(16) (a) සුමට නා දැත්තක්, සුමට සිරස් බිත්තියකට a දුරකින් වූ P ලක්ෂ්‍යයක සවිකර තිබේ. දිග $4a$ හා බර W වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩක A කෙළවර බිත්තිය සමඟ ස්පර්ශව නාදැත්ත මත නිශ්චලතාවේ සමතුලිතතාවේ තිබේ. AB දණ්ඩ තිරස සමඟ සාදන කෝණය θ වේ. දණ්ඩ මත ක්‍රියාකරන බල නිරූපණය කරමින් බල ත්‍රිකෝණය අඳින්න.

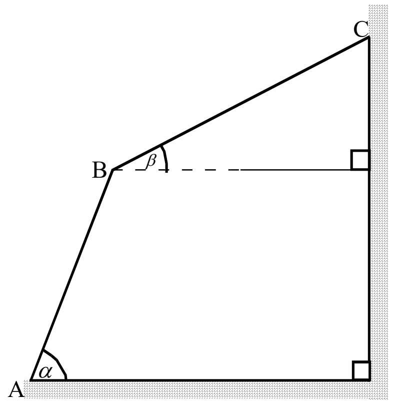
P නාදැත්තේ ප්‍රතික්‍රියාව W හා θ ඇසුරෙන් සොයන්න.

$2Cos^3\theta = 1$ බව පෙන්වන්න.

(b) රූපයේ දැක්වෙන රාමු සැකිල්ල සැහැල්ලු දඬු හතරකින් සමන්විත ය. මෙම දඬු B, C, D ලක්ෂ්‍යවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කර තිබේ. රාමු සැකිල්ල A හා D හිදී සිරස් බිත්තියකට අසව් කර තිබේ. C හිදී W භාරයක් දරයි. මෙම රූපය ඔබේ පිළිතුරු පත්‍රයේ පිටපත් කර බෝ අංකනය යෙදීමෙන් ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අඳින්න. දඬු සියල්ලේම ප්‍රත්‍යාබලයන් ආතති හා තෙරපුම් ලෙස දක්වමින් සොයන්න. තවද A හා D හි ප්‍රතික්‍රියා සොයන්න.



(17) සමාන AB හා BC ඒකාකාර දඬු W බරින් හා $2a$ දිගෙන් යුක්ත වේ. දඬු දෙක B හිදී සුමට ලෙස සන්ධි කර තිබේ. A කෙළවර රළු තිරස් පොළොවක් මත ද C කෙළවර සුමට සිරස් බිත්තියක හා ස්පර්ශ වෙමින් සමතුලිතතාවේ තිබෙන්නේ බිත්තියට ලම්බක සිරස් තලයක දඬු තිබෙන පරිදි ය. AB හා BC දඬු තිරස සමඟ පිළිවෙලින් α හා β කෝණ සාදයි.



(i) C හි ප්‍රතික්‍රියාව

(ii) A හි අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාව හා ඝර්ෂණ බලය

සොයන්න.

(iii) $Tan\,\alpha = 3Tan\,\beta$ බව පෙන්වන්න.

(iv) $\alpha = 60^0$ නම් හා AB දණ්ඩත්, පොළොවත් අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ නම්,

$\mu \geq \sqrt{3}/4$ බව පෙන්වන්න.

(v) AB දණ්ඩෙන් BC දණ්ඩ මත යෙදෙන බලය සොයන්න