

දකුණු පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
 தென் மாகாணக் கல்வித் திணைக்களம்
Southern Provincial Department of Education

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) 12 ශ්‍රේණිය, අවසාන වාර පරීක්ෂණය, 2019 ජූලි
General Certificate of Education (Adv. Level), Grade 12, Year End Test, July 2019

සංයුක්ත ගණිතය - I
 Combined Mathematics I

10 S I

පැය 02 මිනිත්තු 30 යි.
 02 hours 30 minitus

විභාග අංකය:.....

උපදෙස්:

- ✓ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 8) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 9 - 14)
- ✓ **A කොටස:**
සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. ඒක වක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිතා කළ හැකි ය.
- ✓ **B කොටස:**
ප්‍රශ්න හතරකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- ✓ නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය, **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- ✓ ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙ යාමට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	7	
	8	
B	9	
	10	
	11	
	12	
	13	
	14	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු	
ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සකේත අංක	
උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ	1.
	2.
අධීක්ෂණය කළේ	

A කොටස

(1) $f : x \rightarrow \sqrt{x-3} - 8$ ශ්‍රිතය $[3, \infty)$ මත අර්ථ දැක්වේ. f හි පරාසය සොයන්න. f එකට එක ශ්‍රිතයක් බව පෙන්වා f^{-1} (f ශ්‍රිතයේ ප්‍රතිලෝමය) සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(2) $A \equiv (2, 3)$, $B \equiv (7, 5)$ සහ $C \equiv (6, -2)$ ABC ත්‍රිකෝණයේ ශීර්ෂ තුන වේ. D හා E යනු පිළිවෙලින් BC හා AD පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යවේ. BACE චතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(3) $t = \log_2 x$ හා $\log_2 x - \log_x 8 + \log_2 2^k + k \log_x 4 = 0$ නම් $t^2 + kt + (2k - 3) = 0$ බව පෙන්වන්න. ඒනයිත් t ධනාත්මක මූල තිබීමට k හි අගය පරාසය සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(4) $\frac{1}{(x-1)(x+1)}$ හි හින්න භාග සොයන්න.

ඒනයිත් $\frac{1}{(x-1)^2(x+1)^2}$ හි හින්න භාග අපෝහනය කරන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(5) $x \rightarrow 0 \quad \frac{(1+kx)^3 - (1-kx)^3}{\sqrt{1+k^2x} - \sqrt{1-k^2x}} = 1$ පරිදි k නියතයේ අගය සොයන්න.

(6) $\cos 8\theta + \sin 12\theta = 0$ සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම $\theta = (4n-1)\frac{\pi}{40}$ හෝ $\theta = (4n-1)\frac{\pi}{8}$; $n \in \mathbb{Z}$ බව පෙන්වන්න.

(7) $\text{Tan}(\beta - \alpha) = \frac{\text{Sin} 2\alpha}{5 - \text{Cos} 2\alpha}$ නම් $2\text{Tan} \beta = 3\text{Tan} \alpha$ බව පෙන්වන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(8) $\frac{d}{dx} \left\{ \frac{\text{Tan}^3 x - 3\text{Tan} x}{1 + 3\text{Tan}^2 x} \right\} = \frac{3}{\text{Sin}^3 3x - 1}$ බව පෙන්වන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

B කොටස

ප්‍රශ්න හතරකට පමණක් පිලිතුරු සපයන්න.

- (9) (a) $a \neq 0$, $ax^2 + bx + c = 0$ සමීකරණයේ මූල α හා β නම්, $\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$ හා $\alpha\beta = \frac{c}{a}$ බව ඔප්පු කරන්න.

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\lambda}{\mu} \text{ නම් } \lambda\mu b^2 = (\lambda + \mu)^2 ac \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

- (i) $ax^2 + bx + c = 0$ සමීකරණයට සම්පාත මූල තිබීමේ අවශ්‍යතාව
 (ii) $ax^2 + bx + c = 0$ හා $a^1x^2 + b^1x + c = 0$ සමීකරණ වල මූල අතර අනුපාත සමාන වීමේ අවශ්‍යතාව a, b, c, a^1, b^1, c^1 පදවලින් අපෝහනය කරන්න.

- (b) $f(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 2x + 3$ යැයි ගනිමු.

$f(x)$ ශ්‍රිතය $(x-2)^2(x-3)$ න් බෙදූ විට ලබාගිය $Q(x)$ වන අතර ශේෂය,

$$R(x) = \lambda(x-2)^2 + \mu(x-3) + \gamma \text{ ආකාරයේ වේ. මෙහි } \lambda, \mu, \gamma \text{ නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.}$$

$x \in \mathbb{R}$ සඳහා බෙදීම් ඇල්ගොරිතමය සඳහා ප්‍රකාශනය ඇසුරෙන් $f(x)$ ලබාගන්න.

මෙම බෙදීම් ඇල්ගොරිතම ප්‍රකාශනයේ x විෂයයෙන් ව්‍යුත්පන්නය වන $f^{-1}(x)$ සඳහා $\{x \in \mathbb{R}\}$ ප්‍රකාශනය ලබාගන්න.

$$f^{-1}(2) = 42 \text{ බව පෙන්වා ඒ නයින් } \mu = 42 \text{ බව අපෝහනය කරන්න.}$$

$$\lambda \text{ හා } \gamma \text{ හි අගයන් සොයා } R(x) = 44x^2 - 134x + 111 \text{ බව අපෝහනය කරන්න.}$$

- (10) (a) (i) $f(x) = 2\lambda x^2 + 2(\lambda + 4)x + 9$ $\lambda \neq 0$ ශ්‍රිතය x හි සියළු ම තාත්වික අගයන්ට ධන වීම සඳහා λ ට ගත හැකි අගයන් සොයන්න.

(ii) $F(x, y) = x^2 + 8xy - 5y^2 - k(x^2 + y^2)$ ප්‍රකාශණය $\alpha\{x + \beta y\}^2$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කළ විට,

k ට ගත හැකි අගයන් සොයන්න.

k හි මෙම අගයන්ට අනුරූපව α හා β හි අගයන් සොයන්න.

(b) $\frac{3}{x-1} \geq (4x-5)$ සපුරාලන x හි අගය කුලකය සොයන්න.

(c) $y = x(x-2)$ ශ්‍රිතයේ දළ ප්‍රස්ථාරය අඳින්න.

$$y = |x^2 - 2x| \text{ හා } y = |2x - 1| \text{ ශ්‍රිතවල දළ ප්‍රස්ථාර එකම සටහනක අඳින්න.}$$

ඒ නයින් $|x^2 - 2x| \leq |2x - 1|$ අසමානතාව තෘප්ත කරන x හි තාත්වික අගය කුලකය ප්‍රස්ථාර සටහන මත ලකුණු කරන්න.

(11) (a) $\cos \frac{2\pi}{15} \cos \frac{4\pi}{15} \cos \frac{8\pi}{15} \cos \frac{16\pi}{15} = \frac{1}{16}$ බව පෙන්වන්න

(b) $\sin 2\theta + \sin 2\phi = \frac{1}{2}$

$\cos 2\theta + \cos 2\phi = \frac{3}{2}$ නම්,

$\cos^2(\theta - \phi)$ හි අගය සොයන්න.

(c) $\tan^{-1}\left(\frac{1-x}{1+x}\right) = \frac{1}{2} \tan^{-1} x$ සමීකරණය විසඳන්න.

(d) $4\sin\left\{x + \frac{\pi}{3}\right\} \cos\left\{x - \frac{\pi}{6}\right\} = \lambda^2 + \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x$

$\cos 2x = \frac{\lambda^2 - 2}{2}$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින් λ හි අගය පරාසය සොයන්න.

(12) (a) $\tan 3\theta = 1$ සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම ලබා ගන්න.

ඉහත සමීකරණය $\tan \theta$ පදවලින් ප්‍රකාශ කරන්න.

ඒ නයින් $x^3 - 3x^2 - 3x + 1 = 0$ සමීකරණයේ මූල $\tan \frac{\pi}{12}$, $\tan \frac{5\pi}{12}$ හා $\tan \frac{3\pi}{4}$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින් $\tan \frac{\pi}{12}$ හි අගය සොයන්න.

$\tan \frac{\pi}{12} \cdot \tan \frac{5\pi}{12} = 1$ බව අපෝහනය කරන්න.

(b) ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා කෝසයින් නීතිය උපකල්පය කිරීමෙන් සුපුරුදු අංකනයෙන්

(i) $(a-b)^2 \cos^2 \frac{C}{2} + (a+b)^2 \sin^2 \frac{C}{2} = c^2$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $\frac{\cos A}{a} = \frac{\cos B}{b} = \frac{\cos C}{c}$ නම් A, B, C කෝණවල අගයන් සොයන්න.

(13) (a) $y = \frac{\text{Sin}^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}}$ නම්,

$$(1-x^2) \frac{dy}{dx} = 1+xy \text{ සහ}$$

$$(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - 3x \frac{dy}{dx} - y = 0 \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

(b) සුදුසු ආදේශයක් යෙදීමෙන් හෝ අන් අයුරකින් හෝ,

$$\frac{d}{dx} \text{Tan}^{-1} \left\{ \frac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2}} \right\} = \frac{-x}{\sqrt{1-x^4}} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

(c) $x = a \sin 2\theta(1 + \text{Cos } 2\theta)$ හා $y = a \cos 2\theta(1 - \text{Cos } 2\theta)$ නම් $\frac{dy}{dx} = \text{Tan } \theta$ බව පෙන්වන්න.

(14) (a) $f(x) = \frac{1}{16}(-x^3 + 12x^2) \quad x \in \mathbb{R}$ ලෙස ගනිමු.

$$\frac{dy}{dx} = f'(x) \text{ හා } \frac{d^2y}{dx^2} = f''(x) \text{ සොයන්න.}$$

$f'(x)$ හා $f''(x)$ සඳහා වන ප්‍රකාශන භාවිතයෙන් $y = f(x)$ ශ්‍රිතයේ හැරුම් ලක්ෂණ හා නතිවර්තන ලක්ෂණ සොයන්න.

හැරුම් ලක්ෂණ, නතිවර්තන ලක්ෂණ පැහැදිලිව දක්වමින් $y = f(x)$ ශ්‍රිතයේ දළ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

(b) විවෘත ටැංකියක්, සමචතුරස්‍රාකාර පතුළකින් හා සිරස් පැතිවලින් සමන්විත වේ. දී ඇති ජල ධාරිතාවක් රඳවා ගැනීම පිණිස මෙම ටැංකිය ලෝහතහඩුවලින් නිපදවනු ලබයි.

මෙම ටැංකියේ නිෂ්පාදන ද්‍රව්‍යවලට යන වියදම අවම වන්නේ ටැංකියේ උස, එහි පතුලේ පැත්තක දිගෙන් අඩක් වන විට බව පෙන්වන්න.